Модульний контроль №1
з курсу "Математична статистика"
Варіант № 1

1. Елементи вибірки є незалежними випадковими величинами. Відповідь: 1) так; 2) ні.
2. Порядкові статистики є однаково розподіленими випадковими величинами. Відповідь: 1) так; 2) ні.
3. Математичне сподівання незміщеної оцінки деякого невідомого параметра дорівнює цьому параметру. Відповідь: 1) так; 2) ні.
4. Вибіркова дисперсія є незміщеною оцінкою дисперсії. Відповідь: 1) так; 2) ні.
5. Невідомий параметр може мати дві різні оптимальні оцінки. Відповідь: 1) так; 2) ні .
6. Лінійна комбінація слушних оцінок деяких параметричних функцій є слушною оцінкою відповідної лінійної комбінації цих параметричних функцій. Відповідь: 1) так; 2) ні .
7. Перевірити чи для вибірки об'єму n з розподілу Коші зі щільністю $f(x)=\dfrac{1}{\pi\left(1+x^2\right)}, \quad x\in R$, вибіркова дисперсія збігається за ймовірністю до відповідної теоретичної дисперсії. Відповідь: 1) так; 2) ні.
8. Нехай $\xi_1,\ldots,\xi_n$ — вибірка з рівномірного розподілу $R\left(\theta_1,\theta_2\right)$. Довести, що статистика $T=\left(\xi_{(1)}+\xi_{(n)}\right)/2$ є незміщеною оцінкою параметричної функції $\tau\left(\theta_1,\theta_2\right)=\left(\theta_1+\theta_2\right)/2$.
9. Знайти сумісну функцію розподілу порядкових статистик $\xi_{(1)},\xi_{(10)}$ за вибіркою $\xi_1,\ldots,\xi_{10}$ з показникового розподілу з параметром $\theta=1$.
10. За результатами статистичного опитування українських жінок про час, затрачений на домашню роботу в день, отримано такі дані: 2, 3, 1, 2, 2, 4, 6, 5, 4, 4, 6, 3, 3, 3, 0, 5, 6, 4, 4, 5, 6, 2, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 6, 5, 4, 4, 3, 0, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 1, 1, 4, 4, 1. Знайти розмах вибірки, варіаційний та статистичний ряди розподілу вибірки, емпіричну функцію розподілу, вибіркове середнє та вибіркову дисперсію, середнє квадратичне відхилення. Побудувати полігон відносних частот вибірки.

Номер задачі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість балів	1	1	1	1	1	1	5	6	6	7

Модульний контроль №2
з курсу «Математична статистика»
Варіант № 1

1. Невідомий параметр може мати дві різні незміщені оцінки. Відповідь: 1) так; 2) ні.
2. Лінійна комбінація ОМП деякої параметричної функції є ОМП відповідної лінійної комбінації цієї параметричної функції. Відповідь: 1) так; 2) ні.
3. Оцінка, отримана за методом моментів може бути слушною. Відповідь: 1) так; 2) ні.
4. Ефективні оцінки існують лише для регулярних експоненціальних моделей. Відповідь: 1) так; 2) ні.
5. Критерій Неймана–Пірсона застосовується для перевірки параметричної гіпотези. Відповідь: 1) так; 2) ні.
6. Чи є пуасонівська модель $\Pi(\theta)$ експоненціальною? Відповідь: 1) так; 2) ні.
7. За вибіркою $\zeta = (\xi_1,...,\xi_{20})$ знайти оцінку за методом моментів для параметра θ, якщо $f(x,\theta) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, x \in [0,1] \\ 0, \qquad\quad x \notin [0,1] \end{cases}$.
8. Знайти ОМП параметра θ, якщо $\zeta = (\xi_1,...,\xi_{10})$ вибірка з рівномірного розподілу зі щільністю $f(x,\theta) = \begin{cases} 1, \; x \in [\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}] \\ 0, \; x \notin [\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2}] \end{cases}$.
9. Нехай $\zeta = (\xi_1,...,\xi_{100})$ — вибірка з розподілу такого вигляду

   $f(x,\theta) = C_{10}^x \theta^x (1-\theta)^{10-x}, \qquad x = 0,1,...,10, \qquad \theta \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$, з невідомим параметром θ. Використовуючи властивості експоненціальної моделі, знайти параметричну функцію, для якої існує ефективна оцінка, і цю оцінку.
10. Над випадковою величиною ξ було проведено 5 спостережень і отримано значення: 1, 4, 3, 3, 2. Треба критерієм Колмогорова при рівні значущості α = 0,05 перевірити гіпотезу про те, що ξ має рівномірний розподіл на відрізку [1,4].

Задачі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість балів	1	1	1	1	1	2	5	9	9	10

Заступник завідувача кафедри ПМ

Білет № 1

1. Емпірична функція розподілу може набувати від'ємні значення. Відповідь: 1) так; 2) ні.

2. Для слушності незміщеної оцінки необхідно, щоб її дисперсія прямувала до нуля при збільшенні об'єму вибірки. Відповідь: 1) так; 2) ні.

3. Кожна оцінка, отримана за методом моментів, є оптимальною оцінкою. Відповідь: 1) так; 2) ні.

4. Полігон частот це ламана з вершинами в точках статистичного ряду відносних частот. Відповідь: 1) так; 2) ні.

5. Критерій згоди хі-квадрат Пірсона — параметричний критерій. Відповідь: 1) так; 2) ні.

6. Чи є нормальна модель $N(\theta,1)$ експоненціальною? Відповідь: 1) так; 2) ні.
7. Перевірити чи третій початковий вибірковий момент збігається за ймовірністю до відповідного теоретичного моменту для вибірки об'єму n з розподілу випадкової величини , що набуває три значення $-1, 0, 1$ з однаковими ймовірностями. Відповідь: 1) так; 2) ні.
8. Нехай $\xi_1, \dots, \xi_n$ — вибірка з рівномірного розподілу $R\left(\theta_1, \theta_2\right)$. Довести, що статистика $T = \left(\xi_{(1)} + \xi_{(n)}\right)\big/2$ є незміщеною оцінкою параметричної функції $\tau\left(\theta_1, \theta_2\right) = \left(\theta_1 + \theta_2\right)\big/2$.

9. Побудувати варіаційний ряд , статистичний ряд частот , полігон відносних частот та знайти емпіричну функцію розподілу, вибіркове середнє, вибіркову дисперсію за реалізацією вибірки: 10,–10,–10,20,10,30, –10, 30,–20,–20.
10. Знайти оцінку за методом моментів для параметра θ, якщо $\zeta = (\xi_1,...,\xi_m)$ вибірка з розподілу зі щільністю $f(x,\theta) = \begin{cases} \theta x^{-(\theta+1)}, x > 1, \\ 0, \quad x \le 1,\ \theta > 1. \end{cases}$

11. Знайти ОМП параметра θ, якщо $\zeta = (\xi_1,...,\xi_{50})$ вибірка з розподілу зі щільністю
$$f(x,\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{2x\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{(\ln x - \theta)^2}{8} \right), & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

12. Нехай $\zeta = (\xi_1,...,\xi_{50})$ — вибірка з розподілу зі щільністю $f(x,\theta) = \begin{cases} \theta \cdot (1-x)^{(\theta-1)}, x \in [0,1], \\ 0, \quad x \notin [0,1], \theta > 0. \end{cases}$ Знайти ефективну оцінку та параметричну функцію, для якої вона існує, за допомогою критерію Рао–Крамера.
13. 147 навмання вибраних студентів були поділені згідно кольору волосся (темне, світле) та кольору очей (карі, блакитні):

	Карі очі	Блакитні очі	Всього
Темне волосся	41	31	71
Світле волосся	35	40	75
Всього	76	71	147

Чи можна на підставі цих даних при рівні значущості 0,05 зробити висновок про те, що колір очей пов'язаний з кольором волосся?

Номер задачі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Кількість балів	1	1	1	1	1	2	5	12	10	5	10	10	11

Заступник завідувача кафедри ПМ