

**Екзаменаційний білет №14**

ПЕРШИЙ РІВЕНЬ

1. Задано систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x^2 + y, \\ \frac{dy}{dt} &= 2x^2 + 3x - y. \end{aligned}$$

Знайти координати особливих точок.

- А (0, 0), (1, 1);  В (0, 0), (-1, -1);  
 С (0, 0), (1, -1);  D (0, 0), (-1, 1). 2 бали

2. Задано систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x + y, \\ \frac{dy}{dt} &= 3x - y. \end{aligned}$$

Встановити тип особливої точки.

- А нестійкий вузол;  В стійкий вузол;  
 С нестійкий фокус;  D стійкий фокус;  
 Е сідло;  F центр. 2 бали

3. Задано систему  $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$ ,  $y = Cx$ , де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, C = (1, 1). \text{ Система є...}$$

- А неспостережуваною та некерованою;  
 В спостережуваною та некерованою;  
 С неспостережуваною та керованою;  
 D спостережуваною та керованою. 2 бали

ДРУГИЙ РІВЕНЬ

4. Дослідити на стійкість за першим наближенням тривіальний розв'язок системи, обґрунтувавши можливість такого дослідження,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sin(3x) + \cos(2x) + y - 1, \\ \frac{dy}{dt} = \cos(x) - e^{2y}. \end{cases} \quad \text{7 балів}$$

5. Система задана диференціальним рівнянням  $x''(t) - 2x'(t) + 5x(t) = 0$ . Знайти розв'язок цього рівняння, який задовольняє початковим умовам  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$ ; зобразити графічно перехідний процес та від-

повідну фазову траєкторію. 7 балів

6. За допомогою функції Ляпунова дослідити стійкість тривіального розв'язку системи:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x^3 - 4x^2y, \\ \frac{dy}{dt} = -2x^2y. \end{cases} \quad \text{7 балів}$$

7. Дослідити на стійкість тривіальний розв'язок рівняння:  $x^{IV} + 2x''' + 3x'' + x' + 4x = 0$ . 7 балів

ТРЕТІЙ РІВЕНЬ

8. Використовуючи означення, дослідити на стійкість при  $t > 0$  розв'язок задачі:  $x'(t) + tx(t) = t^3$ ,  $x(0) = 1$ . 12 балів

9. Знайти рівняння траєкторії  $x(t)$  та керування  $u(t)$  для задачі про швидкодню, якщо  $\ddot{x}(t) = 2u(t)$ ,  $0 < t < T$  ( $0 < T < \pi$ ),  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ ,  $\dot{x}(T) = 1 - \cos(T)$ ,  $\int_0^T \frac{u^2(t)}{\sin(t)} dt = 1$ , де  $T$  – кінцевий момент часу. 12 балів

10. Знайти рівняння траєкторії  $x(t)$  та керування  $u(t)$ , яке забезпечує мінімальність інтегралу  $\int_0^{\ln 4} x(t) dt$ , для системи:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) - x(t) &= -u(t), |u(t)| \leq 1, u(0) > 0, u(\ln 4) < 0, \\ x(0) = \dot{x}(0) &= \dot{x}(\ln 4) = 0. \end{aligned}$$

12 балів

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики (протокол № 3 від 18.09.2008)

Зав. каф. ПМ

проф. Костробій П. П., екзаменатор

доц. Маркович Б. М.