Кафедра прикладної математики
Національного університету „Львівська політехніка”
Зразок семестрового контролю з курсу «Алгебра і геометрія»,І семестр.

I рівень (2 бали).
<u>Кожну задачу розв’язувати</u>

1. Ексцентриситет гіперболи $\varepsilon = \frac{5}{4}$, один з фокусів $(5;0)$. Скласти рівняння гіперболи.

Відповідь обґрунтувати:

А) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; Б) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$; В) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{7} = 1$; Г) $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$; Д) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

2. Обчислити лінійну комбінацію матриць $3AB + 1$, якщо $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

А) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 13 \end{pmatrix}$; Б) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -12 \end{pmatrix}$; В) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 13 \end{pmatrix}$; Г) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$; Д) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$.

3. Обчислити $\frac{(1-i)^3 - 1}{(1+i)^3 + 1}$.

4. Спростити вираз $2\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$.

А) -3; Б) -2; В) 1; Г) 3; Д) 2.

II рівень (6 балів)

1. Знайти $\sin\varphi$, де φ — кут між векторами $\vec{a} = (2;-2;1)$ і $\vec{b} = (2;3;6)$

2. Через точку $M(0;1)$ та праву вершину гіперболи $3x^2 - 4y^2 = 12$ проведена пряма. Знайти відстані від фокусів гіперболи до цієї прямої.

3. За схемою Горнера, обчислити значення многочлена $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 + 7 + i$ в точці $x_0 = -i$.

4. 1. За властивостями визначників довести справедливість рівності
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 + k \cdot a_2 & b_1 + k \cdot b_2 & c_1 + k \cdot c_2 \end{vmatrix} = 0$$

III рівень

1. Довести, що множина підстановок n-го степеня утворює групу відносно операції множення підстановок. ***(12 балів)***
2. Довести, що будь-який дільник многочлена $f(x)$ є дільником многочлена $c \cdot f(x),\quad c \neq 0,\quad c = const$ ***(12 балів)***
3. Довести, що для квадратних матриць n-го порядку справджується рівність $(AB)^T = B^T A^T$. ***(14 балів)***