Кафедра прикладної математики
Національного університету „Львівська політехніка”
Зразок модульного контролю № 1 з курсу «Алгебра і геометрія», I семестр.

I рівень (2 бали).
Кожну задачу розв’язувати

1. Обчислити лінійну комбінацію матриць $3AB+1$, якщо $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

А) $\begin{pmatrix}1 & 4\\ 1 & 13\end{pmatrix}$; Б) $\begin{pmatrix}0 & 3\\ 1 & -12\end{pmatrix}$; В) $\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 13\end{pmatrix}$; Г) $\begin{pmatrix}0 & 4\\ 1 & 12\end{pmatrix}$;
Д) $\begin{pmatrix}0 & 3\\ 0 & 12\end{pmatrix}$.

2. Дано вершини трикутника $A(-1;2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$. Знайти внутрішній кут при вершині B.

А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) $\arccos\frac{5}{\sqrt{82}}$; Г) $\frac{1}{2}$; Д) $\arcsin\frac{5}{\sqrt{82}}$.

3. Спростити вираз $2\vec{i}\cdot\left(\vec{j}\times\vec{k}\right)+3\vec{j}\cdot\left(\vec{i}\times\vec{k}\right)+4\vec{k}\cdot\left(\vec{i}\times\vec{j}\right)$.

А) -3; Б) -2; В) 1; Г) 3; Д) 2.

II рівень (5 балів)

1. За властивостями визначників довести справедливість рівності $\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_1+k\cdot a_2 & b_1+k\cdot b_2 & c_1+k\cdot c_2\end{vmatrix}=0$.

2. Показати,що систему рівнянь $\begin{cases}2x-3y+5z=-2,\\ -7x-2y+8z=5,\\ 5x+2y-z=3\end{cases}$ можна розв’язати засобами матричного числення. Відповідь обґрунтувати.

3. Знайти $\sin\varphi$, де φ — кут між векторами $\vec{a}=(2;-2;1)$ і $\vec{b}=(2;3;6)$.

III рівень (7 балів)

1. Довести, що множина підстановок n-го степеня утворює групу відносно операції множення підстановок.

2. Довести, що для квадратних матриць n-го порядку справджується рівність $(AB)^T=B^TA^T$.