

Кафедра прикладної математики  
Національного університету „Львівська політехніка”  
Зразок модульного контролю № 2 з курсу «Алгебра і геометрія», Псеместр.

**I рівень (2 бали).**

Кожну задачу розв'язувати

1. Довести, що для лінійного перетворення  $A$  евклідового простору  $(\lambda A)^* = \lambda A^*$ ,  $\forall \lambda \in R$ .
2. Подати означення матриці білінійної форми.
3. Нехай у множині  $M$  визначено асоціативну операцію множення і нехай  $\exists e \in M$ ,  $ea = a$ ,  $\forall a \in M$ . Нехай крім того,  $\forall a \in M \exists b \in M$   $ba = ab = e$ . Довести, що  $ea = ae = a$   $\forall a \in M$ .

**II рівень (5 балів)**

1. Знайти зв'язок між координатами образу  $y = Ax = y_1e_1 + \dots + y_n e_n$  та прообразу  $x = x_1e_1 + \dots + x_n e_n$ , якщо лінійне перетворення має матрицю  $A$  в базисі  $e_1, \dots, e_n$ .
2. Звести квадратичну форму  $A(x, x) = x_1x_2 - x_1x_3 - x_2x_3$  до канонічного вигляду.
3. Нехай для лінійного перетворення  $A: L \rightarrow L$ ,  $L = L(e_1, \dots, e_n) = L(e'_1, \dots, e'_n)$ ,  $e' = S^T e$ ,  $A(e) = A^T e$ ,  $A(e') = A'^T e'$ . Довести, що  $A' = S^{-1}AS$ .

**III рівень (7 балів)**

1. Знайти власні значення лінійного перетворення, заданого матрицею  $A$  в деякому базисі, якщо  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$

2. Нехай  $A(e') = A^T e'$ ,  $A(e'') = A^T e''$ ,  $e' = C^T e$ ,  $e'' = D^T e$ . Знайти матрицю перетворення  $AB$  в базисі  $e$ , якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}.$$